

Devoir maison en binôme

Pour le vendredi 05 avril 2024

Le soin, la rédaction et les justifications, y compris pour les calculs, seront pris en compte dans le barème de notation. Toutes les valeurs numériques seront données obligatoirement en écritures scientifiques (avec des **puissances de 10**).

Exercice 1 : Sommes-nous seuls dans l'Univers ? Preuve de l'existence des extraterrestres.

Dans l'Univers connu, on suppose qu'il y a n galaxies et 100 milliards d'étoiles par galaxie. 10% des étoiles abritent un système planétaire.

Pour chaque système planétaire, on estime à 1 chance sur 1 milliard pour qu'une vie intelligente se soit développée.

On suppose que les apparitions de vie sur les planètes sont des événements indépendants les uns des autres.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de systèmes planétaires possédant une vie intelligente.

Partie 0 : on fait l'hypothèse dans un premier temps qu'il existe 1 milliard d'étoiles abritant un système planétaire dans l'Univers.

- 1) Quelle est la loi de X ? justifiez soigneusement votre réponse.
- 2) Calculez l'espérance de X ainsi que son écart-type. Que représente $E(X)$ dans le contexte de l'exercice ?
- 3) Montrez que $P(X \geq 2)$ représente la probabilité que nous ne sommes pas seuls dans l'Univers.
- 4) Calculer alors cette probabilité.

Pour ce faire, en raison des dépassements de capacité de la calculatrice et de Excel, vous pourrez utiliser le programme Python ci-dessous en ligne à l'adresse : <https://www.lelivrescolaire.fr/outils/console-python>

- La 1^{ère} ligne du programme importe **scipy** une bibliothèque de calcul scientifique de haut niveau.
- n, k et p sont les valeurs habituelles à renseigner selon vos besoins.

```
1 from scipy import stats
2
3 n = 1e9
4 k = 0
5 p = 1e-9
6
7 X = stats.binom(n,p)
8
9 print (X.pmf(k)) #permet d'obtenir la valeur pour laquelle X=k
10 print (X.cdf(k)) #et cdf celle pour laquelle X≤k.
```

- 5) On fait l'hypothèse dans un deuxième temps qu'il existe 2 milliards d'étoiles abritant un système planétaire dans l'Univers. Calculez $P(X \geq 2)$.

Partie 1 : on suppose maintenant qu'il y a 2000 milliards de galaxies (hypothèse la plus probable à ce jour).

- 1) Calculez le nombre d'étoiles dans l'Univers connu.
- 2) Calculez le nombre d'étoiles abritant un système planétaire.
- 3) Calculez $P(X \geq 2)$.
- 4) À partir de vos résultats rédigez soigneusement une conclusion.

